§ 10. Технические замечания

При построении логических систем (исчислений) в дальнейшем будем употреблять выражения «аксиомная схема» и «теоремная схема» в смысле, несколько отличном от принятого в логике. Дело в том, что мы не будем вводить в алфавит наших систем переменные символы (пропозициональные переменные, индивидные переменные и т. п.). Мы будем использовать употребляемые ниже буквы x, y, z, x^1, x^2, ..., a, h, c, ... и т. д. как переменные в следующем смысле: 1) каждая буква по отдельности будет обозначать любое высказывание или любой термин (что именно, будет ясно из контекста), а также высказывание или термин задаваемого контекстом типа; 2) различие же совместно встречающихся (в одном утверждении, в одной формуле, в одном рассуждении) букв будет означать, что термины (или высказывания) могут как-то различаться (если в контексте не сказано, как именно они различаются).

Такое использование букв соответствует употреблению переменных метасимволов. Введение переменных символов в алфавит логических систем не избавляет от необходимости введения переменных метасимволов, тогда как употребление последних делает первые практически излишними. В случае индуктивных доказательств мы можем любую букву использовать в качестве объекта для базисного шага, просто приписав ей необходимые для этого свойства (сказав, например, «Пусть a есть элементарный термин»).

Кроме того, мы будем использовать употребляемые ниже буквы как обозначения именно высказываний и терминов, а не как лишенные значения символы, нуждающиеся в интерпретации. Поэтому формулируемые нами логические системы по способу построения суть теории, описывающие свойства высказываний и терминов определенного вида. Никаких дополнительных формальных трудностей из-за этого не возникает, зато с самого начала исключаются спекуляции на счет особенностей логических построений и их отношения к реальным языкам.

Так что в дальнейшем, принимая $x \vdash y$ (или $\vdash x$) как аксиомную схему в некоторой логической системе, мы будем иметь в виду следующее: если x и y суть высказывания, то формула следования $x \vdash y$ (или $\vdash x$) принимается в данной системе. Аналогично для терминов. В правилах вывода будет предполагаться, что употребляемые буквы суть высказывания (или термины).

Конечно, в данном случае можно было бы просто говорить об аксиомах (или постулатах) в том смысле, в каком говорят о них в научных теориях вообще. Но мы все же будем говорить о схемах аксиом, предполагая связь с логической традицией: наши системы легко превращаются в исчисления, отвечающие традиции (с точки зрения правил построения, а не содержания), путем незначительных модификаций. Так, если в излагаемой ниже общей теории дедукции вместо элементарных высказываний говорить о пропозициональных переменных, то получим обычные (по форме) исчисления с аксиомными схемами.

К теоремным схемам относится сказанное выше об аксиомных схемах. Доказать теоремную схему $x \vdash y$ или $\vdash x$, значит доказать, что это утверждение верно для любых высказываний (терминов) с такой структурой, какая указана в x и y.

Определения будем нумеровать символами Di и $Dikl$, аксиомные схемы — Ai и $Aikl$, теоремные схемы — Ti и $Tikl$, где i есть номер определения, аксиомной или теоремной схемы в данном параграфе, k — номер главы, l — номер параграфа. При доказательстве теоремных схем в некоторых случаях будем под их формулировкой записывать шаги доказательства. Справа от теоремных схем в квадратных скобках будем писать, на основе каких теоремных схем и правил вывода получается соответствующая теоремная схема или сделан соответствующий шаг в ее доказательстве.

Утверждения о свойствах формул логической системы суть метаутверждения по отношению к теоремам этой системы. Будем их нумеровать символами вида MTi и $MTikl$, где i, k и l те же, что и выше.